CONSTRUCCIÓ D'UNA MAQUETA D'UNA CÚPULA GEODÈSICA ICOSAÈDRICA QUE REPRODUEIX LA CÚPULA DEL MUSEU DALÍ DE FIGUERES

Fede Luque
Catedràtic de tecnologia i professor d'educació secundària. Màster en Smart Cities. Expresident de la Societat Catalana de Tecnologia.
fede.luque@gmail.com

Resum: Al llarg de la història de la humanitat s'han fet construccions de cúpules de diferents tipus, però les cúpules reticulars són molt recents. L'any 2023 es va complir el centenari de la construcció a Alemanya, a la ciutat de Jena, de la que podem considerar la primera cúpula geodèsica reticular del món, a càrrec de l'enginyer Walther Bauersfeld. Anys després d'aquest esdeveniment, el visionari nord-americà Buckminster Fuller va popularitzar la construcció de les cúpules geodèsiques i va arribar a ser molt conegut, però la cúpula del Museu Dalí la va dissenyar i construir un arquitecte de Calasparra (Múrcia), Emilio Pérez Piñero. Avui dia aquesta cúpula és un símbol de Figueres i no es pot dissociar de la ciutat. L'objectiu d'aquest article és presentar un repàs d'algunes fites històriques referides a les cúpules geodèsiques, fer una breu introducció als càlculs matemàtics i gràfics per dissenyar una cúpula geodèsica i resumir al màxim els càlculs necessaris per tal que qualsevol persona pugui construir, amb un mínim de coneixements de matemàtiques i de geometria, un model o una maqueta d'una cúpula geodèsica semblant a la del Museu Dalí.

Paraules clau: Dalí, cúpula, geodèsica, maqueta.

CONSTRUCTION OF A MODEL OF AN ICOSAHEDRAL GEODESIC DOME REPLICATING THE DOME OF THE DALÍ MUSEUM IN FIGUERES

Abstract: Domes of different types have been made throughout human history but reticular domes are very recent. The year 2023 marked the centenary of the construction in the city of Jena, Germany, of what may be considered the world's first reticular geodesic dome by the engineer Walther Bauersfeld. Years later, the American visionary Buckminster Fuller popularized the construction of geodesic domes and became well known for them, but the dome of the Dalí Museum was designed and built by an architect from Calasparra (Murcia Province, Spain), Emilio Pérez Piñero. Today this dome is a symbol of Figueres, forming an inseparable part of the city. The purpose of this article is to review some historical milestones in the development of geodesic domes, to present a brief introduction to the mathematical and graphical calculations for designing them, and to summarize as succinctly as possible the necessary calculations allowing anyone with a minimum knowledge of mathematics and geometry to build a model geodesic dome similar to that of the Dalí Museum.

Keywords: Dalí, dome, geodesic, model.

1. Introducció

Podem pressuposar que a un visitant nou del Museu Dalí de Figueres li crida l'atenció, d'entrada, la cúpula geodèsica que corona el Museu, però generalment el seu objectiu final és admirar l'obra artística del pintor que s'exposa a l'interior del mateix museu i, de passada, contemplar la cúpula des de l'interior com una obra d'art. Molt poques vegades, però, es fa des de la perspectiva de tenir al davant una magnífica obra d'enginyeria i arquitectura.

L'autor ha fet, durant aquests últims anys, unes comprovacions orals i ha vist que, per a la majoria dels ciutadans i ciutadanes de Figueres, la cúpula és transparent, forma part del paisatge, i no s'aturen a observar aquesta estructura tan especial. Per exemple, preguntant a molta gent de la ciutat si saben que la cúpula, realment, es tracta de dues cúpules superposades, la resposta majoritària és que no.

La cúpula del Museu es va muntar al que havia estat l'escenari de l'antic Teatre Municipal de la ciutat, que va ser totalment destruït just abans d'acabar la Guerra Civil, el febrer de 1939, quan va arribar a la ciutat un tabor[1] de la tropa mora i es va instal·lar al mateix teatre, on van fer foc a dalt de l'escenari, segurament per protegir-se del fred o per fer el cafè o el menjar, i accidentalment el foc va agafar els telons i finalment va incendiar tot l'edifici. El sostre de l'escenari, així com el del pati de butaques, es va enfonsar totalment i així va quedar fins a l'any 1968, quan va començar el projecte surrealista de Dalí de posar

1. Unitat de la tropa regular marroquina al servei de l'exèrcit espanyol durant el protectorat, composta per diverses companyies.

Revista de Tecnologia, núm. 12 (2024), p. 78-91 • ISSN: 2013-9861 • DOI: 10.2436/20.2004.01.55 • *https://revistes.iec.cat/index.php/RTEC*

una cúpula al seu museu com les que feia Buckminster Fuller, enginyer i arquitecte nascut a Massachusetts l'any 1895. El 12 de desembre de 1951 Buckminster Fuller va presentar per patentar, entre altres invents, un sistema de cúpula geodèsica i es va aprovar amb la seva publicació el 29 de juny de 1954 amb el número de patent 2682235.

Buckminster Fuller va ser un gran impulsor de les cúpules geodèsiques, però no va ser el primer de dissenyar-ne. Tenim constància de la que podríem considerar la primera cúpula geodèsica, la ideada pel doctor Walther Bauersfeld l'any 1923 i que es va construir a sobre de l'edifici número 11 de l'empresa Zeiss de la ciutat alemanya de Jena (Vinyes Raso, 2009). Aquesta estava basada en el desenvolupament d'un icosaedre i tenia un diàmetre de 16 m. Aquesta cúpula no es va fer per admirar l'estructura reticular, sinó que es va dissenyar per construir un planetari i, per tant, quan es va armar, després es va cobrir amb formigó i altres materials.

Salvador Dalí sempre va estar obsessionat amb la seva idea de posar una cúpula a l'incipient projecte de museu recuperant l'edifici de l'antic teatre, que encara estava en ruïnes, i així ho va expressar en una carta al llavors alcalde de Figueres, Ramon Guardiola, l'any 1963 (Guardiola Rovira, 1984, p. 300), que va ser l'autèntic artífex que el Museu de Dalí s'acabés duent a terme. El periodista Josep Playà, al seu article de *La Vanguardia* el 5 d'abril de 1998 (Playà Maset, 1998), any del canvi de la cúpula original per una de nova amb nous materials, també va esmentar aquesta dada i va reproduir la carta.

Dalí va conèixer Fuller, ja que anava molt sovint als Estats Units, i van coincidir alguna vegada, i per això volia una cúpula del mateix Fuller al seu museu, fins i tot traslladada per un helicòpter, com va veure a la portada de la revista *Time* publicada el 10 de gener de 1964.

Degut a una sèrie de circumstàncies i moltes gestions, finalment es va fer l'encàrrec de la cúpula a l'arquitecte murcià de Calasparra Emilio Pérez Piñero, que es va entusiasmar amb la idea.

Pérez Piñero va presentar una patent el 15 d'abril de 1965 amb el títol *Assembly system of a triangulated spherical resistant structure*, que va ser aprovada l'1 de febrer de 1966 amb el número de patent ES311901A1 (figura 1). També s'ha consultat la patent a la tesi doctoral de Puertas del Río (1989, p. 480-486).

Dalí va explicar en una entrevista que li van fer a la revista *Arquitectura* l'any 1972 com va conèixer l'arquitecte Pérez Piñero (Dalí, 1972).

Pérez Piñero va rebre un dels premis més prestigiosos dels arquitectes, el Premi Auguste Perret de Tecnologia Aplicada a l'Arquitectura. El jurat, reunit a París el 30 de maig de 1972, va concedir el premi al jove arquitecte, de trenta-cinc anys. L'entrega estava prevista en un congrés a Bulgària que s'havia de celebrar del 25 al 30 de setembre del mateix any, però Pérez Piñero va tenir un tràgic accident amb el seu cotxe tornant de Portlligat d'una trobada amb Salvador Dalí el 9 de juliol de 1972. La seva vídua, Consuelo Belda, es va encarregar de recollir el premi.

Les obres de restauració de l'antic teatre van durar uns quatre anys i van quedar a càrrec de l'enginyer industrial Antonio Petschen (Playà Maset, 2000), que en aquest moment era el delegat a Girona de l'empresa adjudicatària de la restauració. Les obres van començar el 1970 i van acabar el 1974. L'any 1973 es va començar a muntar la cúpula al teatre. Prèviament s'havia provat a Calasparra, muntant-la en un gran pati i després desmuntant-la per carregar-la en camions i transportar-la cap a Figueres el mes de gener de 1973. Tot va ser a càrrec del germà d'Emilio, l'engi-

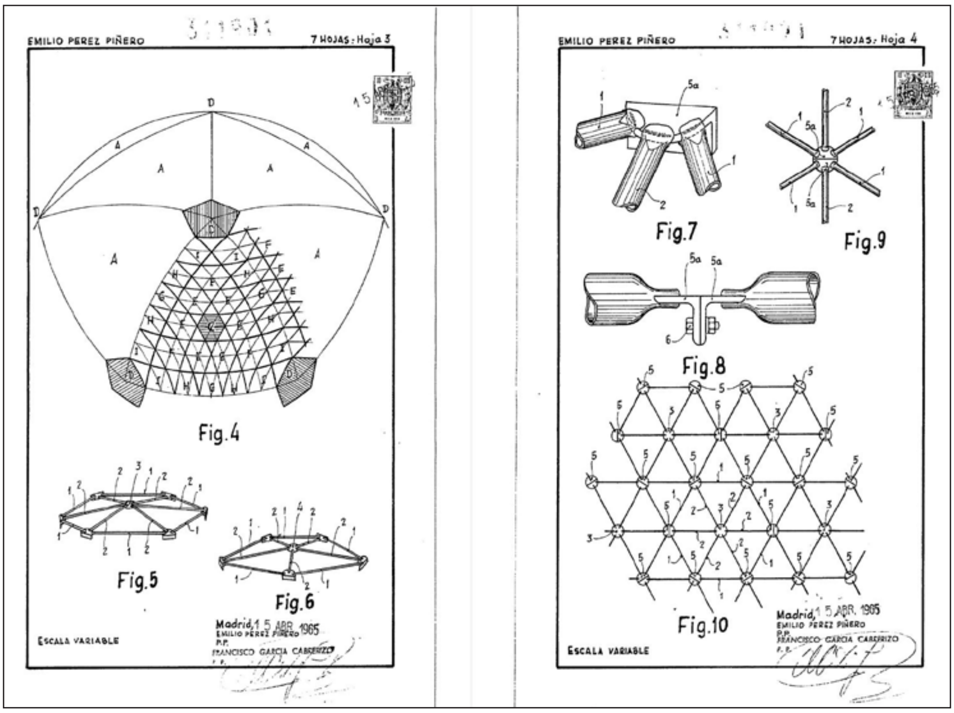


FIGURA 1. Emilio Pérez Piñero, *Assembly system of a triangulated spherical resistant structure*, patent número ES311901A1 (fulls 3 i 4).
FONT: Base de dades Espacenet (en línia), <https://es.espacenet.com/publicationDetails/originalDocument?CC=ES&NR=311901A1&KC=A1&FT=D&ND=4&date=19660201&DB=&locale=es_ES> (consulta: 23 juliol 2024).

nyer industrial José María Pérez Piñero, que en va agafar el relleu (Pérez Almagro, 2013).

La cúpula tenia 14 m de diàmetre i uns 10 m d'alçària (uns 2/3 de tall d'una esfera). Es van fer servir 3,5 km de tub de ferro pintat. La cúpula interior es va cobrir amb 2.160 triangles de metacrilat, mentre que la cúpula exterior, de 540 triangles, va quedar sense cobrir, i així, quan es feia la neteja periòdica de la cúpula interior, els operaris ho tenien més fàcil per enfilar-s'hi. La cúpula interior és la que realment fa la funció estructural.

Hi ha moltes dades curioses d'altres cúpules del món per poder fer-nos una idea comparativa. La Biosphère de Montreal, de Buckminster Fuller, de l'any 1967, té 78 m de diàmetre i uns 60 m d'alçària i pesa 600 tones. La cúpula del Duomo de Santa Maria del Fiore de Florència, de l'arquitecte, enginyer i artista Filippo Brunelleschi, acabada l'any 1446, té 54 m de diàmetre i pesa unes 30.000 tones. Aquesta cúpula de Brunelleschi té un punt en comú amb la cúpula geodèsica de Pérez Piñero: totes dues són en realitat dues cúpules, una d'interior i una altra d'externa. Però el que ha superat totes les cúpules del món va ser quan el setembre de 2023 es va inaugurar a Las Vegas la més gran mai construïda, una cúpula geodèsica de 157 m de diàmetre i 112 m d'alçària.

La cúpula del Museu Dalí de Figueres es va substituir l'any 1998 per una d'idèntica amb tecnologia de materials més moderns degut a problemes estructurals i d'aïllament, però respectant la idea original de Pérez Piñero. Es va substituir el ferro per alumini i acer, i el metacrilat, per vidres amb dues càmeres d'aire.

Per tenir una idea de com ha evolucionat l'antic Teatre Municipal de Figueres, presentem dues fotografies (figura 2). La fotografia de l'esquerra, en blanc i negre, és de l'any 1942, de la col·lecció Carles Godoy Sàbat, de l'Arxiu Municipal de Figueres, i està presa probablement des de la torre de l'església de Sant Pere, tres anys després d'acabar la guerra, i s'hi observen les ruïnes del teatre i, al fons, el camí que porta al castell de Sant Ferran, que és una petita carretera d'uns 700 m. En primer pla, en semicercle, es pot veure el que va ser el pati de butaques i, a continuació, entre dos arcs de doble baixant, el que va ser l'escenari del teatre i que amb el temps seria el lloc on es posaria la cúpula de Pérez Piñero.

La fotografia de la dreta, en color, és del setembre de 2019, de la col·lecció privada Luque-Sarmiento de l'autor. Està presa també des de la torre de l'església de Sant Pere, setanta-set anys després de la foto anterior. Hi observem molts canvis: la recuperació total de l'antic edifici del teatre, la majestuosa cúpula del Museu (aquesta és la rèplica exacta de la de Pérez Piñero, que es va substituir l'any 1998, com s'ha dit anteriorment), les figures dels ous sobre la Torre Galatea (anteriorment, Torre Gorgot), la desaparició de la torre quadrada enganxada a la Torre Galatea i que era un dipòsit d'aigua i la desaparició visual de la carretera al castell pels edificis actuals.

2. Cúpula geodèsica

Les cúpules geodèsiques són estructures poligonals generalment de mitja esfera que poden ser també de menys o de més de la mitja esfera. Els tipus més freqüents parteixen de la base d'un icosaedre o d'un dodecaedre. Els elements bàsics d'aquestes estructures són les barres i els nusos d'unió. Els nusos coincideixen amb els punts de divisió de les arestes de les cares del poliedre, i el nombre de divisions de cada aresta d'una cara es diu *freqüència de la cúpula*.

L'ús pràctic final de les cúpules geodèsiques és molt divers, fins i tot per fer-hi habitatges, però l'estudi específic del nostre treball fa referència al tancament superior d'un museu d'art contemporani i que compleix les virtuts que

FIGURA 2. Teatre Municipal de Figueres, any 1942 (esquerra) i any 2019 (dreta).
FONT: Col·lecció Carles Godoy Sàbat, Arxiu Municipal de Figueres (esquerra), i col·lecció privada Luque-Sarmiento, © Salvador Dalí, Fundació Gala - Salvador Dalí, Figueres, 2024 (dreta).

han de tenir els edificis públics segons el gran enginyer i arquitecte romà Marc Vitruvi: «firmitas, utilitas, venustas» ('durabilitat, utilitat, bellesa').

Les cúpules geodèsiques reticulars que no siguin ni models ni maquetes, i segons quin sigui el seu fi últim, es construeixen a nivell del terra o bé per coronar edificis molt diversos. En aquest segon cas, si la superfície sobre la qual descansa la cúpula és quadrada, es decideix normalment construir-hi unes petxines. La petxina o copinya, en arquitectura, és cadascun dels elements constructius triangulars que resol l'encontre entre la base circular d'una cúpula i un espai inferior quadrat. Té una superfície esfèrica triangular limitada per tres arcs de circumferència. És el cas de la cúpula del Museu. Un exemple típic de cúpula antiga que descansa totalment sobre petxines és Santa Sofia d'Istanbul.

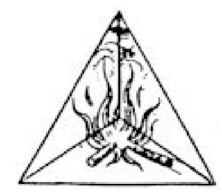
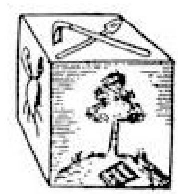
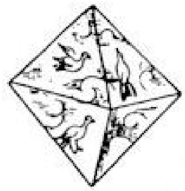
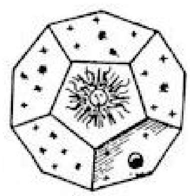
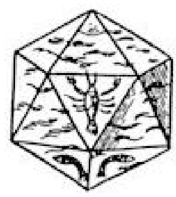
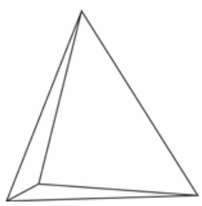
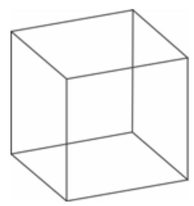
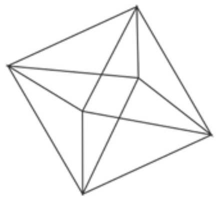
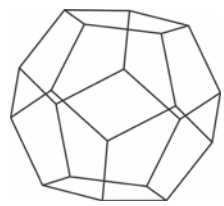
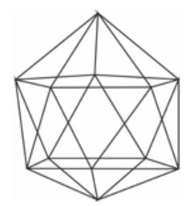
3. Els cossos platònics

Les cúpules de les maquetes del nostre estudi, així com la cúpula del mateix Museu Dalí de Figueres, es basen en un dels sòlids platònics, l'icosaedre. Segons Peña Fernández-Serrano (2018), Dalí estava obsessionat pels cossos platònics a partir de finals dels anys quaranta, quan va tornar a Portlligat, i fins i tot va dissenyar-ne l'estudi, que va anomenar Estudio Icosaédrico de Portlligat.

A la taula 1 es resumeixen les dades fonamentals necessàries de cada un dels cinc sòlids platònics. Per fer el resum de totes les característiques dels cinc sòlids he estudiat la pàgina de Paulo Porta (Porta, s. d.). També he consultat la descripció clàssica d'aquests sòlids al llibre de Lundy *et al*. (2021, p. 132-145).

La cúpula del Museu Dalí de Figueres, dissenyada per Pérez Piñero, parteix de la base d'un icosaedre i fa la sensació d'una esfera incrustada a l'edifici. Això es va aconseguir

Taula 1
Els poliedres regulars segons Kepler, basant-se en el Timaeus, *de Plató. Característiques dels sòlids platònics*

Foc	Terra	Aire	Univers	Aigua
				
Tetraedre	Hexaedre	Octaedre	Dodecaedre	Icosaedre
				
Cares (C)				
4	6	8	12	20
Arestes (A) (cares × costats* de cada cara / 2) *Definim *costats* com el nombre d'arestes d'una cara				
6	12	12	30	30
Vèrtexs (V) (Teorema d'Euler: C + V = A + 2 -> V = A + 2 - C)				
4	8	6	20	12
Símbol de Schläfli (Relació entre el nombre d'arestes de cada cara i les cares concurrents en cada vèrtex)				
{3,3}	{4,3}	{3,4}	{5,3}	{3,5}
Diàmetre de l'esfera circumscrita (*d*) (*a* = longitud de l'aresta) (φ = nombre auri = 1,618033…)				
$r_c = \frac{\sqrt{6}}{4} \cdot a = 0{,}61237 \cdot a$ $d = 1{,}22474 \cdot a$	$r_c = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a = 0{,}86602 \cdot a$ $d = 1{,}73205 \cdot a$	$r_c = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a = 0{,}70710 \cdot a$ $d = 1{,}41421 \cdot a$	$r_c = \frac{\sqrt{\varphi^4 + 1}}{2} \cdot a = 1{,}40125 \cdot a$ $d = 2{,}80250 \cdot a$	$r_c = \frac{\sqrt{\varphi^2 + 1}}{2} \cdot a = 0{,}95105 \cdot a$ $d = 1{,}90210 \cdot a$

Font: Elaboració pròpia a partir de les dades extretes de Porta (s. d.) i Lundy *et al*. (2021), p. 132-145.

«tallant» la cúpula per sota de l'equador de l'esfera, i, per tant, més que una semiesfera, matemàticament són uns 2/3 des de dalt, prenent de referència la vertical de l'eix que va d'un vèrtex a l'oposat. D'aquesta manera s'aprofita un total de 15 triangles (cares) de l'icosaedre i es deixa sense muntar-ne 1/3, o sigui, els 5 triangles del vèrtex pentagonal de sota, segons la figura 3.

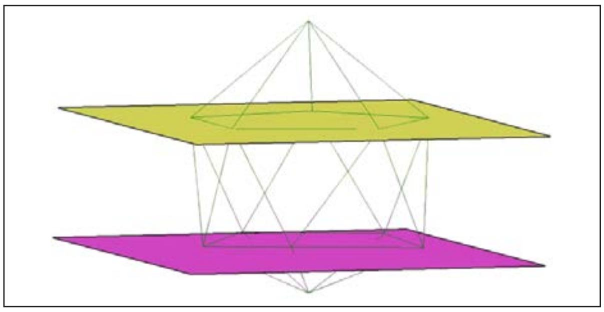


FIGURA 3. Divisió de l'icosaedre en tres parts.
FONT: Elaboració pròpia.

La col·locació de la cúpula a l'antic escenari del teatre tenia una dificultat afegida, atès que la planta de l'escenari no és quadrada sinó trapezial, tal com es pot veure en la figura 4. Això ho va resoldre Pérez Piñero amb un sistema de petxines asimètriques adaptades a aquesta forma.

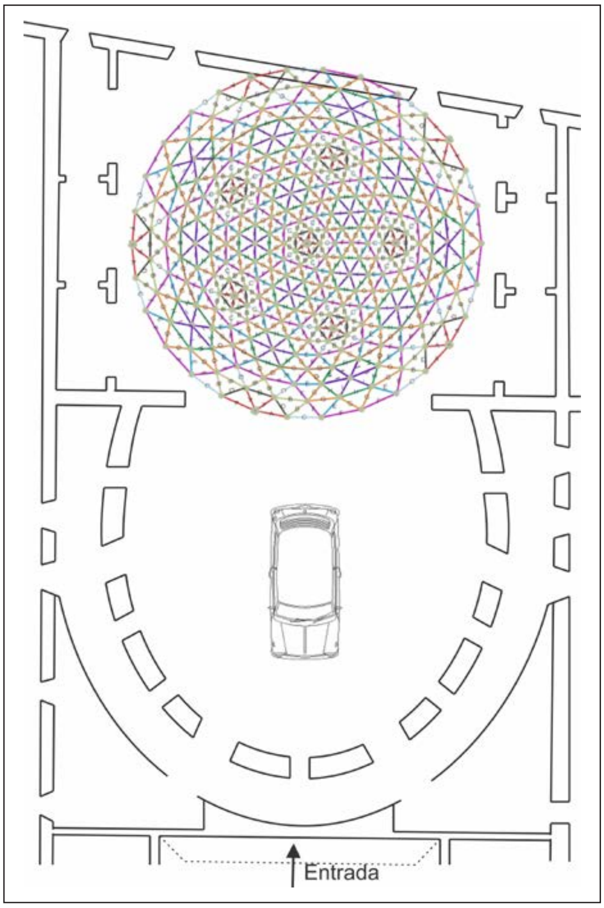


FIGURA 4. Situació de la cúpula a l'escenari.
FONT: Elaboració pròpia.

El pati de butaques es va deixar sense cobrir, sense sostre, com ho volia Salvador Dalí.

Estava previst tancar l'obertura entre el pati de butaques i l'escenari amb una vidriera hipercúbica, també dissenyada per Pérez Piñero, i per la qual Dalí va lluitar fins a l'últim moment perquè es pogués fer. L'any 1977 el germà d'Emilio, l'enginyer José María Pérez Piñero, va presentar un projecte complet de la vidriera, amb un pressupost de 5.853.623 pessetes, però tampoc no va ser possible construir-la. D'aquest projecte, en el qual Salvador Dalí estava molt il·lusionat, només podem admirar-ne la maqueta a l'interior del Museu.

4. Elements de càlcul essencials

Abans de pensar a construir una cúpula o un model de cúpula (maqueta) a partir d'un icosaedre, necessitem saber de quina freqüència la volem.

La *freqüència* (F) és el nombre de parts en què dividim qualsevol costat del triangle d'una de les cares de l'icosaedre. A la figura 5 tenim la representació dels 3 vèrtexs aplanats d'una cara de l'icosaedre, que són pentàgons, i ens indica com comptar les divisions per saber quina és la freqüència. Comencem comptant des de qualsevol radi d'un pentàgon, seguim a través de l'aresta del triangle corresponent i acabem en el següent radi d'un altre pentàgon. En aquest cas, la freqüència és 6.

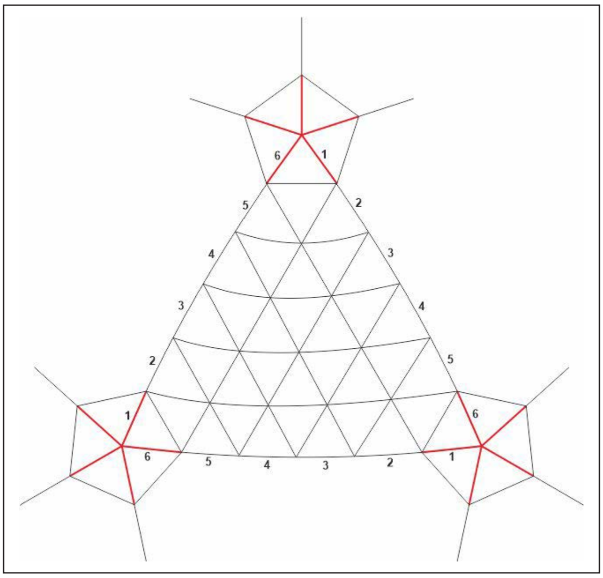


FIGURA 5. Divisions d'una cara d'un icosaedre des dels vèrtexs.
FONT: Elaboració pròpia.

Això fa que, si tracem paral·leles a cada costat unint els punts de les divisions, obtindrem diversos triangles interiors en cada cara que formaran hexàgons o meitats d'hexàgons (figura 5).

Des de cada vèrtex dels triangles resultants es dibuixa una línia fins al centre del volum de l'icosaedre, que coincideix exactament amb la meitat de la distància entre dos vèrtexs oposats d'aquest sòlid, que anomenarem *radi de l'icosaedre*. Després s'agafa cada línia i per l'extrem oposat es fa un perllongament fins a arribar a la mida del radi de l'icosaedre. A continuació s'uneixen tots aquests extrems de cada línia i obtindrem un triangle corb, la tendència del qual arribarà a la corba d'una esfera si anem augmentant la freqüència. A la figura 6 tenim l'exemple de com queda aquest procés si la freqüència és 6.

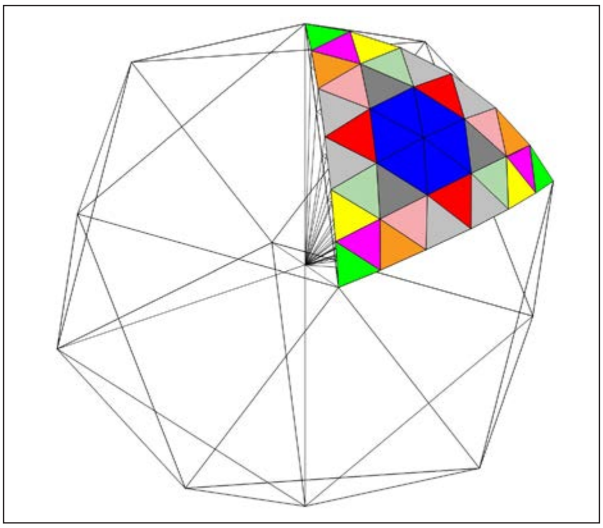


Figura 6. Triangles resultants en una cara.
Font: Elaboració pròpia.

Com ja s'ha comentat anteriorment, la cúpula interior del Museu Dalí de Figueres és de freqüència 12. Això ho podem observar directament si ens col·loquem sota la cúpula, a la vertical del zenit imaginari que seria el punt central, que és un pentàgon vèrtex de l'icosaedre d'origen.

Amb la il·lustració gràfica (figura 7), en vermell, sobre la fotografia de la cúpula des de l'interior, podem veure que des d'un pentàgon fins a un altre pentàgon, seguint l'aresta del triangle que correspondria a una cara de l'icosaedre, la freqüència és 12.

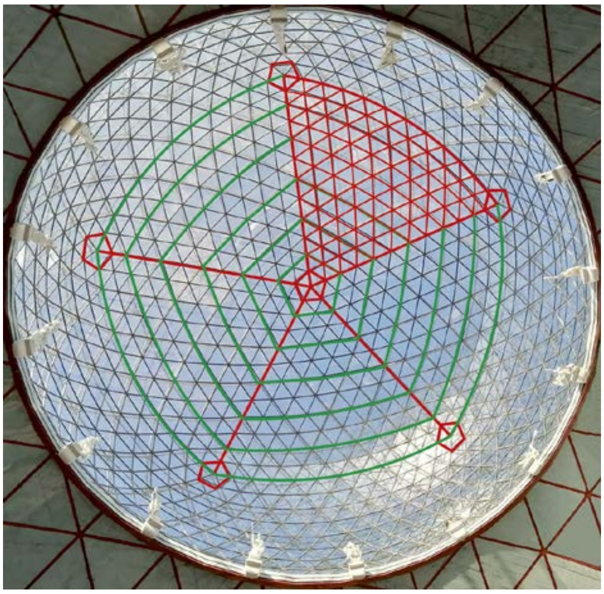
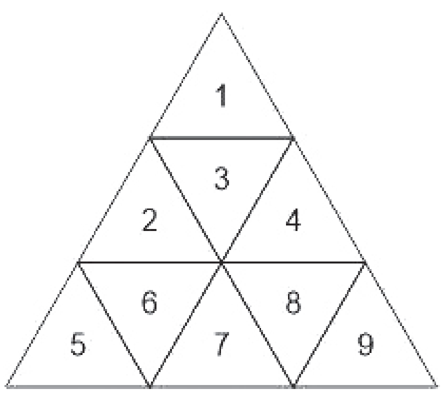
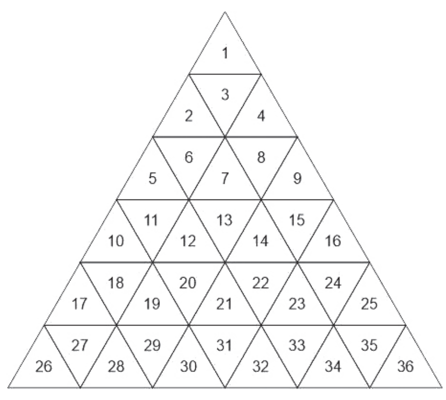


Figura 7. Il·lustració de la freqüència de la cúpula interior del Museu.
Font: Elaboració pròpia.

Si fem el mateix procediment des de dalt de la cúpula exterior, arribarem a la conclusió que és de freqüència 6.

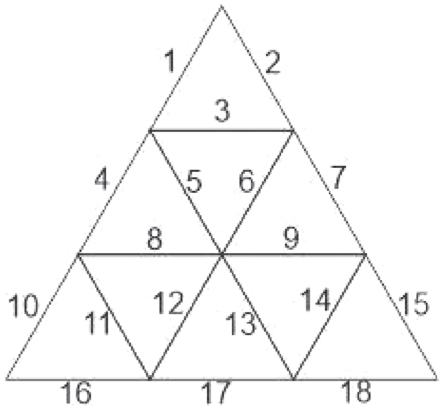
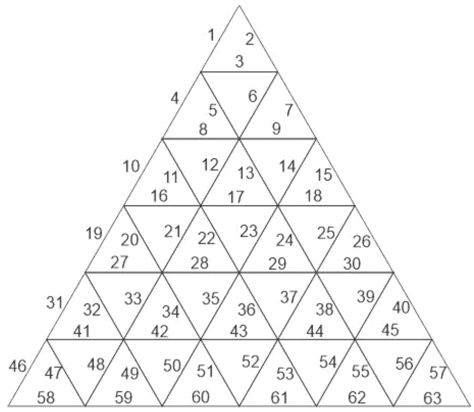
A continuació desglossarem amb fórmules i gràfics els resultats de dues freqüències, 3 i 6 (F-3 i F-6), per obtenir les divisions resultants de superfícies, costats i vèrtexs de cada cara (taules 2, 3 i 4).

Taula 2
Superfícies generades a partir de la freqüència

Freqüència 3 (F-3)	*Freqüència 6 (F-6)*
El nombre de superfícies generades en cada cara (triangle) de l'icosaedre depèn de la freqüència *f* i es calcula per la fórmula: $NS_c = f^2$	
$NS_c = 3^2 = 9$	$NS_c = f^2 = 6^2 = 36$
	

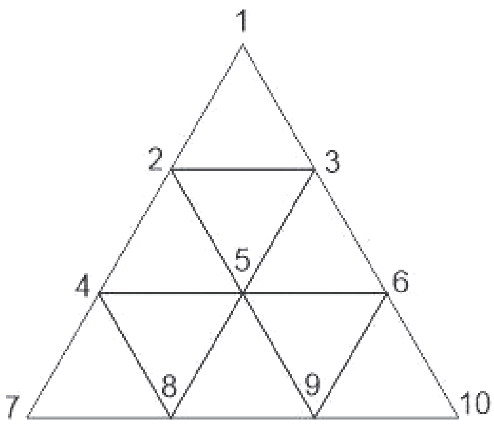
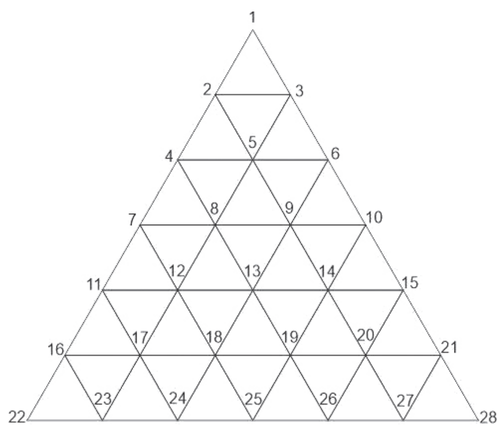
Font: Elaboració pròpia.

TAULA 3
Costats (barres) generats a partir de la freqüència

Freqüència 3 (F-3)	*Freqüència 6 (F-6)*
El nombre de costats en cada cara (triangle) de l'icosaedre depèn de la freqüència *f* i ho podem calcular mitjançant l'expressió: $NC_c = \frac{3f \cdot (f+1)}{2}$	
$NC_c = \frac{3 \cdot 3 \cdot (3+1)}{2} = 18$	$NC_c = \frac{3 \cdot 6 \cdot (6+1)}{2} = 63$
	

FONT: Elaboració pròpia.

TAULA 4
Vèrtexs (nusos) generats a partir de la freqüència

Freqüència 3 (F-3)	*Freqüència 6 (F-6)*
El nombre de vèrtexs de cada cara (triangle) de l'icosaedre depèn de la freqüència *f* i ho podem calcular mitjançant aquesta expressió: $NV_c = \frac{f^2}{2} + \frac{3 \cdot (f+1)}{2}$	
$NV_c = \frac{3^2}{2} + \frac{3 \cdot (3+1)}{2} = 10,5$	$NV_c = \frac{6^2}{2} + \frac{3 \cdot (6+1)}{2} = 28,5$
	

FONT: Elaboració pròpia.

El nombre total de vèrtexs d'una cúpula geodèsica que parteix de l'icosaedre i de la qual fem servir només 2/3 de la construcció (15 triangles) es pot calcular mitjançant les expressions:

Freqüència 3 (F-3)	*Freqüència 6 (F-6)*
$NV_{T3}=\left[N_{tt}\cdot\left(NV_c-f-2\right)\right]+1$	$NV_{T6}=\left[N_{tt}\cdot\left(NV_c-f-3\right)\right]+1$
$NV_{T3}=\left[15\cdot(10-3-2)\right]+1=76$	$NV_{T6}=\left[15\cdot(28-6-3)\right]+1=286$

$NV_{T3}\Rightarrow$ Nombre total de vèrtexs (freqüència 3)

$NV_{T6}\Rightarrow$ Nombre total de vèrtexs (freqüència 6)

$N_{tt}\Rightarrow$ Nombre total de triangles

$f\Rightarrow$ Freqüència

Així doncs, hem de preveure un total de 286 vèrtexs (nusos) per a la cúpula interior (F-6) i un total de 76 vèrtexs (nusos) per a la cúpula exterior (F-3). Cada cúpula tindrà 11 vèrtexs que seran pentàgons. La resta fins al total de vèrtexs seran hexàgons.

5. Les fases genèriques de construcció d'una maqueta

Pérez Piñero va descriure cinc fases per desenvolupar una estructura reticular autònoma (Pérez Piñero, 1968), que són les següents:

1. Determinació de la forma general del conjunt.
2. Determinació de la retícula, disposició i longitud de les barres. Això es pot anomenar *càlcul geomètric* de l'estructura.
3. Càlcul mecànic i dimensionament de les barres.
4. Resolució constructiva de la connexió de les diferents barres.
5. Formació efectiva de l'estructura en el seu emplaçament amb el muntatge dels seus elements.

Aquestes cinc fases són vàlides per a la construcció d'una estructura reticular més o menys fixa o més o menys efímera, però sempre d'una grandària respectable. En el nostre cas, ens centrem en maquetes, específicament en un tipus concret de maqueta basada en l'icosaedre, la qual cosa fa que variïn una mica aquestes fases:

1. La forma general per obtenir una cúpula geodèsica ja ve determinada per l'icosaedre. Només s'ha de decidir si es talla per la meitat de la circumferència resultant o abans de la meitat o més de la meitat. Mai no s'ha de tancar la circumferència completa, ja que en aquest cas no seria una cúpula.
2. El càlcul geomètric és una de les parts fonamentals per construir la maqueta. En el nostre cas sempre partirem de la base de quin diàmetre de la cúpula volem, normalment petit en relació amb les construccions arquitectòniques, i la freqüència que volem per fer l'estructura amb la superfície de continuïtat més o menys esfèrica. Amb aquestes premisses podem calcular un element fonamental, la longitud de totes les barres necessàries.
3. No cal fer càlculs mecànics, ja que una maqueta, en principi, no ha de suportar forces internes de la pròpia estructura ni càrregues externes.
4. La resolució constructiva de la connexió de les barres és un apartat especial i important, ja que s'ha de decidir quin tipus de nusos fem servir i de quin material, metàl·lic, de fusta, de plàstic, etc. Amb la solució donada a aquestes connexions s'ha arribat moltes vegades a presentar la patent del sistema «inventat». Pérez Piñero va fer servir a la cúpula del Museu Dalí el mateix sistema que sempre utilitzava Fuller, la connexió de les barres entre nus i nus, però amb el seu sistema propi de connexions. Un altre sistema existent de connexió és el d'intercalar nusos enmig de les barres. Moltes vegades aquest sistema es fa servir amb barres planes de fusta.
5. Per fer el muntatge d'una maqueta no necessitem decidir un emplaçament, qualsevol lloc amb un mínim d'espai serà suficient. Sí que és important per on es comença el muntatge de la cúpula, des de la base cap amunt o des de la clau, el punt central més alt, cap a baix. L'experiència ens diu que per fer la maqueta és millor començar per la part de dalt i anar ajustant les petites variacions fins a arribar a la base. Les proves de muntatge a Calasparra de la cúpula original del Museu Dalí es van començar per la part de dalt i s'anava aixecant amb suports, tot i que la forma més generalitzada de muntatge en aquella època era a la inversa, de la base a la clau. Sí que és pràcticament comú el muntatge per voltes circulars en qualsevol dels dos sentits.

Tal com s'ha dit, la freqüència de la cúpula interior del Museu Dalí de Figueres és 12 (F-12) i la de l'exterior és 6 (F-6). Fer una maqueta idèntica a la del Museu és complicat, ja que, com major sigui la freqüència, més barres necessitarem i de més diàmetre hauria de ser la cúpula, ja que la barra de mida més petita seria massa petita i, per tant, poc manejable. En aquest estudi hem optat per freqüències exterior-interior, la meitat de les del Museu, o sigui F-6 i F-3, i ens permetrà tenir maquetes d'una mida raonable, d'uns 50 cm de diàmetre.

6. Taules de valors (angles i coeficients)

Per evitar càlculs tediosos de cada element de tots els triangles resultants en cada cara de l'icosaedre segons la freqüència triada, elaborem unes taules amb els coeficients aplicats a cada tipus de barra per calcular-ne la longitud. Hem agafat les dades donades per Mueller (2019) a l’apartat «The icosahedron» i hem triat les opcions 3V (F-3) i 6V (F-6).

Anotem com a codi una lletra majúscula per a cada barra; la F-3 només té 3 lletres i la F-6 tindrà 6 lletres. L’ordre alfabètic de les lletres vindrà donat per l’ordre de menor a major longitud de la barra, que serà determinat pel valor del coeficient.

El coeficient ens servirà per multiplicar pel radi de la circumferència circumscrita a l’icosaedre, o, el que és el mateix, la meitat de l’eix que va d’un vèrtex de l’icosaedre al vèrtex oposat, i així obtindrem la longitud de cada barra ($long_{barra} = coef_{barra} \times radi_{circ}$). Per simplificar els càlculs, podem elaborar un full de càlcul amb una variable, el radi o el diàmetre del model que volem construir.

Aquests valors dels angles i dels coeficients de les barres són els que s’indiquen a la taula 5 per a F-3 i F-6.

TAULA 5
Angles i coeficients de càlcul de les barres

Freqüència 3 (F-3) (barres A, B, C)			*Freqüència 6 (F-6) (barres A, B, C, D, E, F, G, H, I)*		
Codi	*Angle*	*Coeficient*	*Codi*	*Angle*	*Coeficient*
A	10,04°	0,34862	A	4,66°	0,16257
B	11,64°	0.40355	B	5,22°	0,18191
C	11,90°	0,41241	C	5,38°	0,18738
			D	5,47°	0,19048
			E	5,68°	0,19801
			F	5,82°	0,20282
			G	5,91°	0,20591
			H	6,18°	0,21535
			I	6,22°	0,21663

FONT: Elaboració pròpia a partir de les dades de Mueller (2019).

Quins són aquests angles de la taula? Ho veurem millor amb un dibuix (figura 8).

En aquesta figura, dibuixada amb un programa de CAD, es mostren tots els elements necessaris per saber com dividir una cara de l’icosaedre segons la freqüència, que en aquest exemple és 3. Al dibuix es representen també les cotes resultants de tots els angles.

La vista és la frontal d’una aresta (línia verda) d’un triangle qualsevol de l’icosaedre. Es representa només un quadrant d’una circumferència. Els 2 punts negres són 2 vèrtexs de l’icosaedre. Les línies R són el radi de la circumferència circumscrita i van de cada vèrtex al centre del volum, que, com hem dit, és la meitat de l’eix que va d’un vèrtex al vèrtex oposat i que gràficament ve marcat pel creuament de 2 d’aquests eixos. L’angle entre els 2 R es diu *angle central* i fa 63,44°, segons la cota resultant. Per calcular aquest angle es pot fer a partir del valor d de l’icosaedre de la taula 1. Suposem que el diàmetre de la circumferència circumscrita és $d = 1$; amb l’expressió $d = 1{,}90210 \cdot a$ calculem el valor de l’aresta a i obtenim 0,52573. El valor de R serà la meitat de d, o sigui, 0,5. Ara dividim per 2 el valor calculat de l’aresta a i obtenim 0,26287. Amb el valor de R i aquest valor tenim un triangle rectangle i podem calcular la meitat de l’angle central $\alpha = \sin^{-1}\frac{0{,}26287}{0{,}5} = 31{,}71772°$. Ara multipliquem aquest valor per 2 i obtenim el valor de l’angle central, 63,435°. També Lundy *et al.* (2021), a la taula de valors de la pàgina 379, expressen el valor de l’angle central com a 63° 26′ 06″, que correspon a 63,435°. L’angle entre un eix R i una aresta d’un triangle (línia verda) fa 58,28°, segons la cota resultant, o bé calculant la meitat de la diferència entre 180° i 63,44°, i té la seva importància si volem dibuixar el vèrtex complet d’un icosaedre per fabricar una peça en 3D. En cada vèrtex conflueixen 5 triangles equilàters i, si multipliquem pels 60° de cada angle pla, ens dona 300° i, per tant, menys de 360°, condició necessària perquè no sigui una figura totalment plana.

L’aresta de la nostra figura (línia verda) la dividim en 3 parts iguals (l), que serà la freqüència, i aquests punts de divisió els unim amb el centre geomètric (centre de l’icosaedre). Aquestes línies venen marcades com a l_1. Després prolongarem aquestes línies fins a tocar la circumferència i les anomenem l_2. La suma de cada l_1 amb el seu perllongament l_2 és igual al radi de la circumferència R.

Un cop tenim tots els punts de la circumferència marcats per aquestes línies, podem unir-los l’un a continuació de l’altre, i tindrem les barres de la cúpula resultant. Ara bé, cal tenir present que en aquesta figura només visualitzem les barres resultants de l’aresta d’un triangle.

Els angles de desviació de les barres en relació amb la perpendicular de cada radi que incideix a la circumferència sempre són els mateixos per a cada tipus de barra i cada tipus de freqüència. En cada nus posarem l’element que fabriquem, i teòricament s’ha de posar perpendicular als radis.

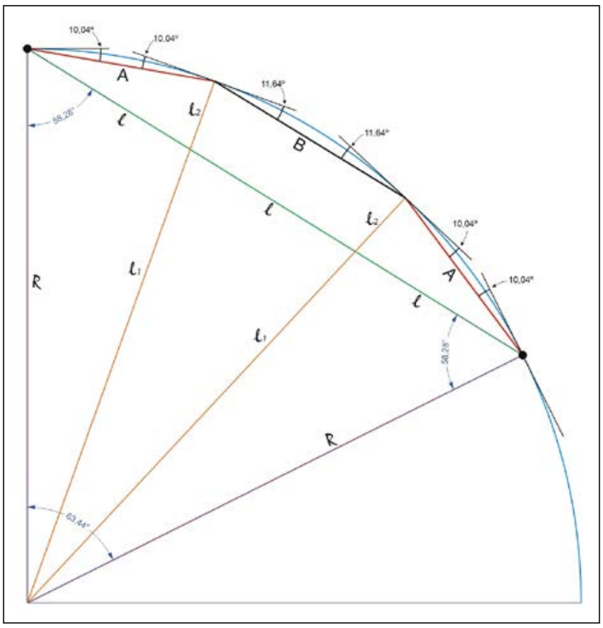


FIGURA 8. Línies i angles per obtenir les barres.
FONT: Elaboració pròpia.

7. Procés de construcció d'un model

Com ja s'ha comentat a l'apartat 5, per construir una maqueta o model és molt important la decisió sobre quins tipus de nusos volem fer servir i de quin material. Si el fem de plàstic amb impressora 3D, s'han de dissenyar prèviament les peces, pentàgons i hexàgons, amb els forats, d'acord amb el diàmetre de les barres que es fan servir i els angles d'inclinació, segons ja s'ha explicat anteriorment. El forat del centre es fa servir per posar-hi un element cilíndric provisional, perquè, en posar les barres en cada forat, trobin un límit i entrin totes la mateixa distància. Posteriorment aquest forat servirà per unir la cúpula interior amb l'exterior mitjançant un separador metàl·lic o de qualsevol altre tipus de material resistent. A la figura 9 tenim un possible exemple del disseny i a la figura 10 tenim la construcció d'un model amb aquest sistema.

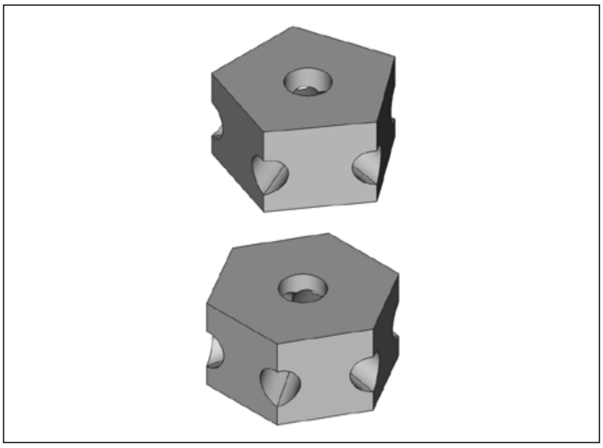


FIGURA 9. Nusos en 3D.
FONT: Elaboració pròpia.

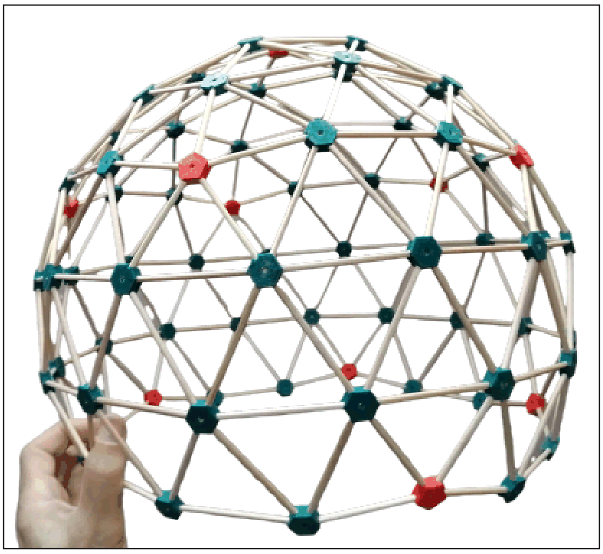


FIGURA 10. Exemple de maqueta amb nusos 3D.
FONT: Elaboració pròpia.

Si fem servir metall, podem optar per tallar uns pentàgons i hexàgons amb làser o per elements de compra com els terminals elèctrics. Si ho fem amb làser, sempre és millor fer servir alumini, que és molt mal·leable, i amb el mínim de gruix possible. Els forats dels extrems són per enganxar-hi les barres, amb cargols i femelles, per exemple, i el forat central servirà per unir la cúpula interior amb l'exterior amb un separador. Les figures 11 i 12 són un exemple de disseny per tallar metall amb làser.

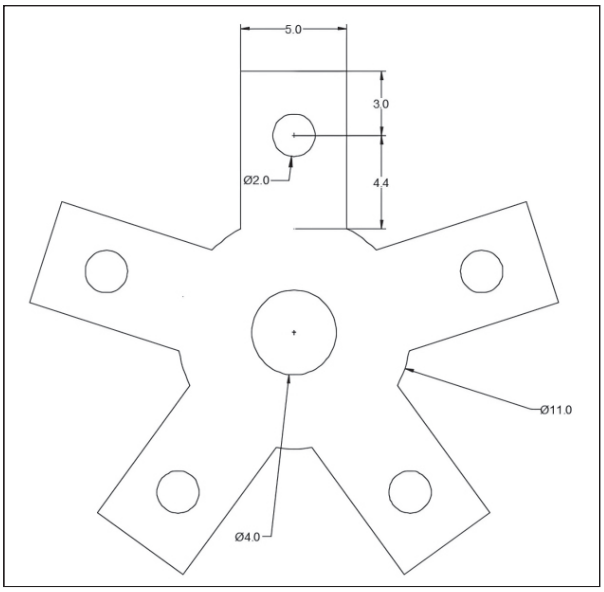


FIGURA 11. Nus pentagonal de metall per tallar amb làser.
FONT: Elaboració pròpia.

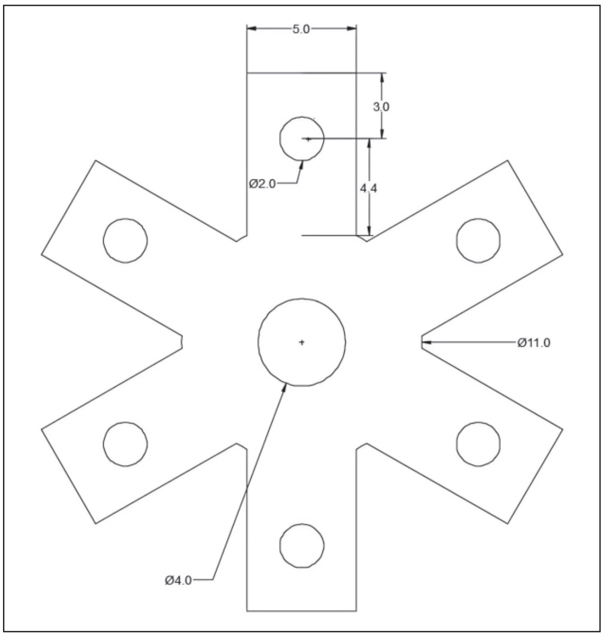


FIGURA 12. Nus hexagonal de metall per tallar amb làser.
FONT: Elaboració pròpia.

En ambdós casos, amb terminals o amb elements tallats amb làser, no cal dissenyar l'angle d'inclinació de les barres, ja que, quan posem una barra en cada extrem de la peça, anem doblant fins a l'angle aproximat a què correspon i anem adaptant amb els nusos i les barres següents.

7.1. *Condicions prèvies abans de la construcció de la maqueta*

En el nostre cas, a l'hora de construir la maqueta decidim:

— Fer servir barres cilíndriques massisses d'alumini de 5 mm de diàmetre. També es poden substituir per barres de fusta de 5 mm de diàmetre.

— Partir de terminals elèctrics, del tipus de la figura 13, amb unes mides més o menys adaptades al diàmetre de les barres (diàmetre *d*). Quan tinguem els terminals mesurarem la distància entre el centre del forat, vèrtex del nus, i el topall on arribarà la barra, que serà la distància *lt*, segons la figura 14, i que en el nostre cas és de 9 mm.

— Construir el model de la cúpula interior de 45 cm de diàmetre i la cúpula exterior separada 1 cm, o sigui, amb un diàmetre de 47 cm.

— Preveure l'ús de cargols llargs i curts per a tots els nusos. Els llargs serviran per unir les dues cúpules i els curts només per concentrar els terminals necessaris en cada nus que no sigui d'unió de les cúpules. Si la separació entre cúpules és de 10 mm, preveiem un total de 76 cargols llargs de 20 mm per unir les dues cúpules i un total de (286-76) = 210 cargols curts per a la resta de nusos.

— Construir la cúpula per visualitzar una superfície de l'esfera d'aproximadament 2/3 (corresponent a 15 cares de l'icosaedre).

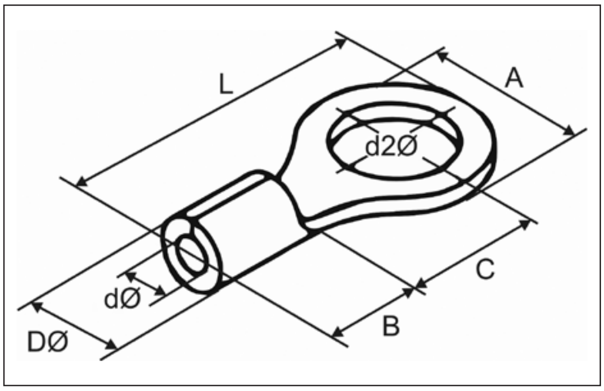


FIGURA 13. Terminal elèctric rodó.
FONT: Elaboració pròpia.

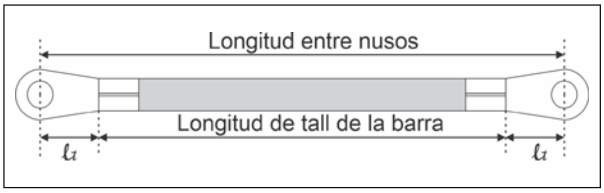


FIGURA 14. Barra model amb els terminals posats.
FONT: Elaboració pròpia.

7.2. *Procediment de construcció del model*

Per fer el plànol de cada cúpula, la interior i l'exterior, es desenvolupen tots els triangles de les cares un cop dividits segons la seva freqüència, començant per qualsevol dels

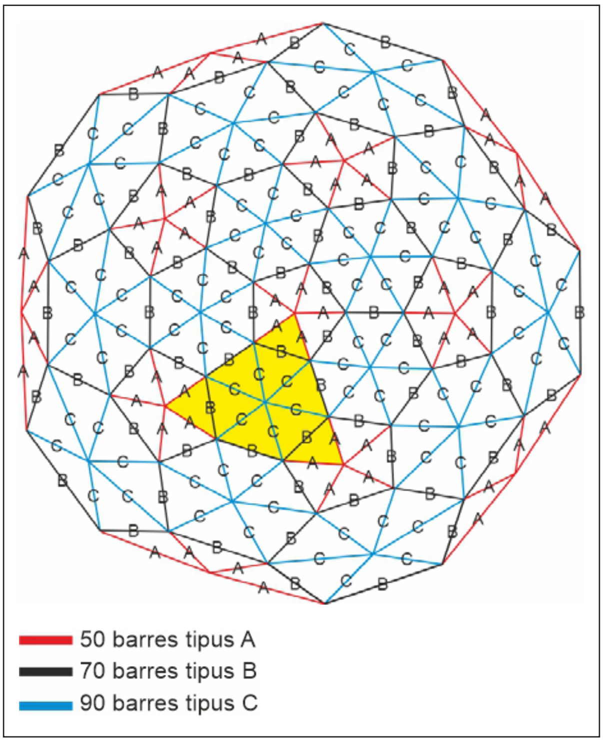


FIGURA 15. Mapa de distribució de barres d'una cúpula F-3.
FONT: Elaboració pròpia.

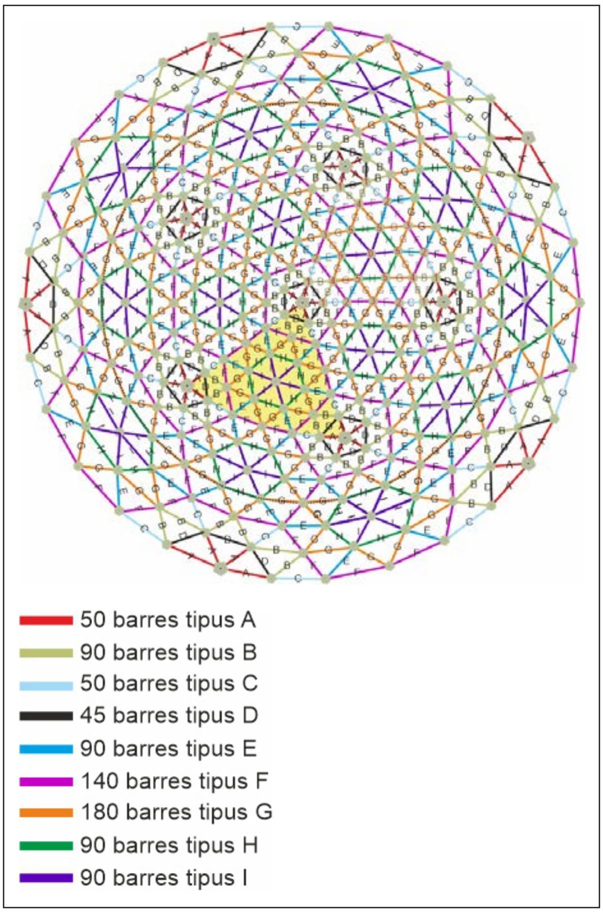


FIGURA 16. Mapa de distribució de barres d'una cúpula F-6.
FONT: Elaboració pròpia.

vèrtexs de l'icosaedre, que farà de centre superior de la cúpula. Aquestes divisions, segons el nostre cas, arribaran fins al segon nivell de vèrtexs baixant. Els plànols resultants són els de les figures 15 i 16, que marquen els mapes de distribució de totes les barres de les dues cúpules. Per diferenciar de manera clara les cares-triangles que corresponen a l'icosaedre, s'ha marcat una d'elles de color groc en cada figura. Les lletres assignades a les barres seran correlatives, de menor a major llargada, segons la taula 7.

El nombre total de nusos o vèrtexs s'ha calculat anteriorment. Es necessiten 76 nusos per fer la cúpula exterior F-3 i 286 nusos per fer la cúpula interior F-6. Totes dues tenen 11 pentàgons i la resta fins al total seran nusos hexagonals. A la taula 6 tenim aquests valors.

TAULA 6
Quantitat de nusos

Cúpula exterior - freqüència 3 (F-3)		*Cúpula interior - freqüència 6 (F-6)*	
Tipus de nusos	*Quantitat*	*Tipus de nusos*	*Quantitat*
Nusos pentagonals	11	Nusos pentagonals	11
Nusos hexagonals	65	Nusos hexagonals	275
Total	**76**	Total	**286**

FONT: Elaboració pròpia.

Amb aquests valors podem calcular el nombre de terminals necessaris:

— Pentàgons: (11 + 11) × 5 = 110 terminals.
— Hexàgons: (65 + 275) × 6 = 2.040 terminals.
— Total de terminals necessaris: 110 + 2.040 = 2.150.

S'ha de tenir present que, si construïm nusos perfectament pentagonals o hexagonals, tindran els angles entre radis de 72° i de 60°, respectivament. A l'hora de col·locar les barres no seran aquests angles, ja que els costats de cada triangle tindran longituds diferents, com podem comprovar a les figures 14 i 15.

Posem un exemple de cada una de les cúpules. Agafem un punt central d'un pentàgon. De la cúpula exterior F-3 tindrem les barres A-A-B (figura 17) i de la cúpula interior F-6 tindrem les barres A-A-D (figura 18).

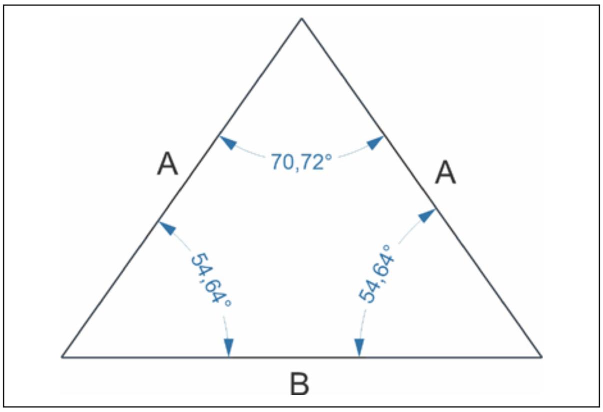


FIGURA 17. Triangle típic de la cúpula F-3.
FONT: Elaboració pròpia.

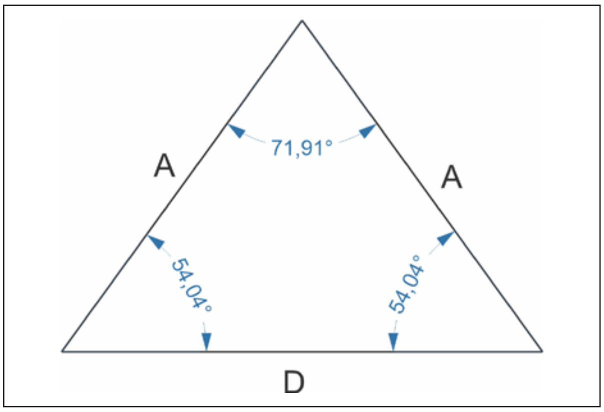


FIGURA 18. Triangle típic de la cúpula F-6.
FONT: Elaboració pròpia.

A l'exemple de la F-3, que té les barres més llargues, observem que l'angle entre les barres A-A, que surten d'un nus pentagonal i que hauria de ser de 72°, fa en aquest cas 70,72°, i que a l'exemple de la F-6 observem que l'angle entre les barres A-A fa 71,91° en lloc de 72°.

Aquestes petites diferències es corregeixen durant la fase de muntatge, bé forçant una petita corba de la barra o bé amb un petit gir dels elements del nus, com és el nostre cas, amb els terminals sobreposats.

7.3. *Taules de valors (angles, longituds i quantitats de barres)*

Ja sabem que el coeficient ens servirà per calcular la mida de les barres. Es multiplica cada coeficient pel radi de la circumferència circumscrita de cada cúpula. En el nostre cas, si volem la cúpula interior de diàmetre 450 mm, el seu radi serà de 225 mm i la cúpula exterior de diàmetre 470 mm tindrà un radi de 235 mm. El resultat de les mides de les barres teòriques que van de nus a nus, i després de restar els 18 mm, els 9 mm per cada costat que necessiten els terminals, és el que marca la taula 7 i, per tant, hem de tallar les barres segons la longitud marcada en negreta.

Amb aquests valors de la taula 7 multipliquem cada valor de tall pel nombre de barres de cada tipus i sumem els totals per calcular la longitud total necessària:

— F-3: (63,93 × 50) + (76,83 × 70) + (78,92 × 90) = 7.102,8 mm = 7,10 m.
— F-6: (18,58 × 50) + (22,93 × 90) + (24,16 × 50) + (24,86 × 45) + (26,55 × 90) + (27,63 × 140) + (28,33 × 180) + (30,45 × 90) + (30,74 × 90) = 22.183,6 mm = 22,18 m.
— Total longitud de les barres necessàries: 7,10 m + 22,18 m = 29,28 m.

7.4. *Comparació i resultat*

A la taula 8 tenim una comparació d'algunes dades entre les cúpules originals del Museu Dalí, dissenyades i construïdes per Pérez Piñero, i les cúpules de la maqueta objecte d'aquest estudi.

TAULA 7
Angles i longituds de les barres

Cúpula exterior - freqüència 3 (F-3) (barres A, B, C)				*Cúpula interior - freqüència 6 (F-6) (barres A, B, C, D, E, F, G, H, I)*			
Codi	*Angle*	*Coeficient*	*Long. barres (teòriques) (de tall real)*	*Codi*	*Angle*	*Coeficient*	*Long. barres (teòriques) (de tall real)*
A	10,04°	0,34862	81,93 mm **63,93 mm**	A	4,66°	0,16257	36,58 mm **18,58 mm**
	Total barres:		50		Total barres:		50
B	11,64°	0,40355	94,83 mm **76,83 mm**	B	5,22°	0,18191	40,93 mm **22,93 mm**
	Total barres:		70		Total barres:		90
C	11,90°	0,41241	96,92 mm **78,92 mm**	C	5,38°	0,18738	42,16 mm **24,16 mm**
	Total barres:		90		Total barres:		50
				D	5,47°	0,19048	42,86 mm **24,86 mm**
					Total barres:		45
				E	5,68°	0,19801	44,55 mm **26,55 mm**
					Total barres:		90
				F	5,82°	0,20282	45,63 mm **27,63 mm**
					Total barres:		140
				G	5,91°	0,20591	46,33 mm **28,33 mm**
					Total barres:		180
				H	6,18°	0,21535	48,45 mm **30,45 mm**
					Total barres:		90
				I	6,22°	0,21663	48,74 mm **30,74 mm**
					Total barres:		90

FONT: Elaboració pròpia.

TAULA 8
Comparació entre la cúpula real i la maqueta

	Comparació d'elements estructurals			
	Cúpules del Museu Dalí de Figueres		*Maqueta d'aquest estudi*	
	Cúpula exterior	*Cúpula interior*	*Cúpula exterior*	*Cúpula interior*
Freqüència	F-6	F-12	F-3	F-6
Diàmetre	14,8 m	14,4 m	0,47 m	0,45 m
Longituds barres	1,62 - 2,15 m	0,77 - 1,09 m	63,93 - 78,92 mm	18,58 - 30,74 mm
Materials	Tubs d'acer de 4 cm de diàmetre	Perfil T d'acer de 4 cm	Barra massissa d'alumini de 5 mm de diàmetre	Barra massissa d'alumini de 5 mm de diàmetre

FONT: Elaboració pròpia.

La cúpula exterior del Museu fa 14,8 m de diàmetre. Això, al món de l'arquitectura i enginyeria, es pot considerar com a construcció relativament petita.

8. Conclusions

En aquest article s'ha repassat la situació de partida per situar-nos en el context que ens ocupa, la cúpula geodèsica del Museu Dalí de Figueres. S'han resumit gràfics i taules que ens permeten dissenyar una maqueta model semblant a la del Museu, amb el mínim esforç de càlcul i amb la mida que volem, gran o petita.

El model dissenyat i construït que es descriu en aquest article s'ha fet amb material metàl·lic, d'una mida aproximada de mig metre de diàmetre, i necessàriament s'ha reduït la freqüència que fa la cúpula real del Museu a la meitat perquè es pugui construir el model de manera pràctica i sense gaires dificultats.

A la figura 19 l'autor sosté la maqueta resultant a partir dels càlculs d'aquest estudi. Ha fet servir uns 30 m de barres d'alumini i més de 2.000 terminals elèctrics. El pes final de la maqueta és de 4 kg.

Figura 19. L'autor amb la maqueta model.
Font: Fotografia de l'autor.

Agraïments

Vull donar les gràcies a moltes persones que he descobert que tenen un interès i uns coneixements sobre les estructures pensades per Dalí, però especialment al periodista Josep Playà Maset, que m'ha donat algunes pistes relacionades amb el geni Salvador Dalí i la seva relació amb l'arquitectura; a l'amic Rafel Ayensa, que és capaç de mecanitzar qualsevol peça metàl·lica que puguis pensar i dissenyar (sense la seva aportació no hauria pogut construir el meu model), i molt especialment a Emilio Pérez Belda, arquitecte i fill de Pérez Piñero, amb qui tinc una relació especial a distància i que sempre està disposat a respondre als meus dubtes.

Bibliografia

Dalí, Salvador (1972). «Sobre la obra de Emilio Pérez Piñero. El pensamiento de Salvador Dalí». *Arquitectura* [en línia], núm. 163-164, p. 5-8. <https://www.coam.org/es/fundacion/biblioteca/revista-arquitectura-100-anios/etapa-1959-1973/revista-arquitectura-n163-164-Julio-Agosto-1972> [Consulta: 25 gener 2024].

Guardiola Rovira, Ramón (1984). *Dalí y su museo: La obra que no quiso Bellas Artes*. Figueres: Editora Empordanesa.

Lundy, Miranda; Sutton, Daud; Ashton, Anthony; Martineau, Jason (2021). *Quadrivium: Las cuatro artes liberales clásicas: aritmética, geometría, música y astronomía*. Madrid: Librero IBP.

Mueller, Rene K. (2019). «Geodesic dome notes & calculator». *Simply differently* [en línia]. <https://www.simplydifferently.org/Geodesic_Dome_Notes> [Consulta: 25 gener 2024].

Peña Fernández-Serrano, Martín (2018). «La obsesión geométrica de Dalí. La cúpula monárquica». *Rita*, núm. 10, p. 162-169.

Pérez Almagro, M. Carmen (2013). «Las estructuras de Emilio Pérez Piñero en la musealización de dos espacios singulares». *MIDAS* [en línia], núm. 1. <http://journals.openedition.org/midas/101> [Consulta: 25 gener 2024].

Pérez Piñero, Emilio (1968). «Estructuras reticulares». *Arquitectura* [en línia], núm. 112, p. 1-18. <https://www.coam.org/es/fundacion/biblioteca/revista-arquitectura-100-anios/etapa-1959-1973/revista-arquitectura-n112-Abril-1968> [Consulta: 25 gener 2024].

Pérez-Valcárcel, Juan. (1992). «La obra arquitectónica de Emilio Pérez Piñero». *ResearchGate* [en línia]. <https://www.researchgate.net/publication/279466879_La_obra_arquitectonica_de_Emilio_Perez_Pinero> [Consulta: 25 gener 2024].

Playà Maset, Josep (1998). «La revista *Time* inspiró a Dalí. La cúpula de Figueres nació de una portada dedicada al arquitecto R. Fuller». *La Vanguardia* (5 abril).

— (2000). «La cara oculta del Museo Dalí. Revelaciones del constructor que hace 25 años rehabilitó el antiguo teatro». *La Vanguardia* (17 febrer).

Porta, Paulo (s. d.). *Poliedros regulares (sólidos platónicos)* [en línia]. <http://www.pauloporta.com/Xeometria/poliedros/regulares/eregulares.html> [Consulta: 25 gener 2024].

Puertas del Río, Lina (1989). *Estructuras espaciales desplegables y desmontables. Estudio de la obra del arquitecto Emilio Pérez Piñero*. Tesi doctoral. Universitat Politècnica de Madrid.

Vinyes Raso, Raül (2009). *Integrating aesthetics and statics: Study of a geodesic dome* [en línia]. Barcelona: UPCommons <http://hdl.handle.net/2099.1/8671> [Consulta: 25 gener 2024].